Metas Curriculares do Ensino Básico
Matemática – 1.º Ciclo

António Bivar
Carlos Grosso
Filipe Oliveira
Maria Clementina Timóteo

GOVERNO DE PORTUGAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Metas Curriculares

Operações com Números Racionais

1.º ciclo

Metas Curriculares

Adição e subtração de frações de mesmo denominador

NO3

12. Adicionar e subtrair números racionais

6. Reconhecer que a soma e a diferença de frações de iguais denominadores podem ser obtidas adicionando e subtraindo os numeradores.

$$\frac{3}{5}+\frac{6}{5}=\frac{3+6}{5}=\frac{9}{5}$$

Produto de um número natural por um número racional

NO4

5. Multiplicar e dividir números racionais não negativos

1. Estender dos naturais a todos os racionais não negativos a identificação do produto de um número q por um número natural n como a soma de n parcelas iguais a q, se $n > 1$, como o próprio q, se $n = 1$, e representá-lo por $n \times q$ e $q \times n$.
2. Reconhecer que $n \times \frac{a}{b} = \frac{n\times a}{b}$ e que, em particular, $b \times \frac{a}{b} = a$ (sendo n, a e b números naturais).

$$3\times\frac{2}{7}=\frac{2}{7}+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3\times 2}{7}$$

Metas Curriculares

Relação entre fração e quociente

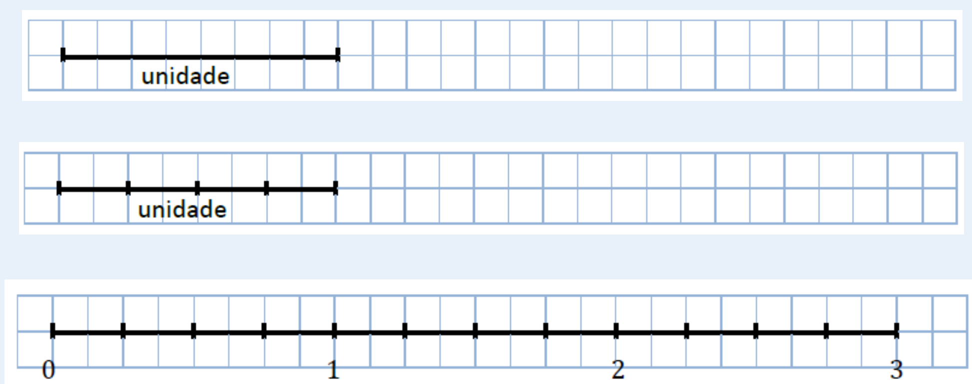
NO3

11. Medir com frações

11. Reconhecer que uma fração cujo numerador é divisível pelo denominador representa o número natural quociente daqueles dois.

Exemplo

Verifica que o ponto da reta numérica correspondente a $\frac{12}{4}$ *representa o número natural igual ao quociente de* 12 *por* 4.



Relação entre fração e quociente

Programa

• Compreender frações com os significados quociente, parte-todo e operador.

NO4

5. Multiplicar e dividir números racionais não negativos

4. Reconhecer que $a : b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ (sendo a e b números naturais).

Exemplo

a. Calcula $3 \times \frac{4}{3}$.

b. Tendo em conta a alínea anterior, escreve* $4 : 3$ *na forma de fração.*

$3 \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{3} = 4$ (sistematização dos descritores NO3-11.11 e NO4-5.2)

Esta igualdade significa que $\frac{4}{3}$ é o número que multiplicado por 3 é igual a 4: $\boxed{\frac{4}{3} = 4 : 3}$

Metas Curriculares

Divisão de um número racional por um número natural

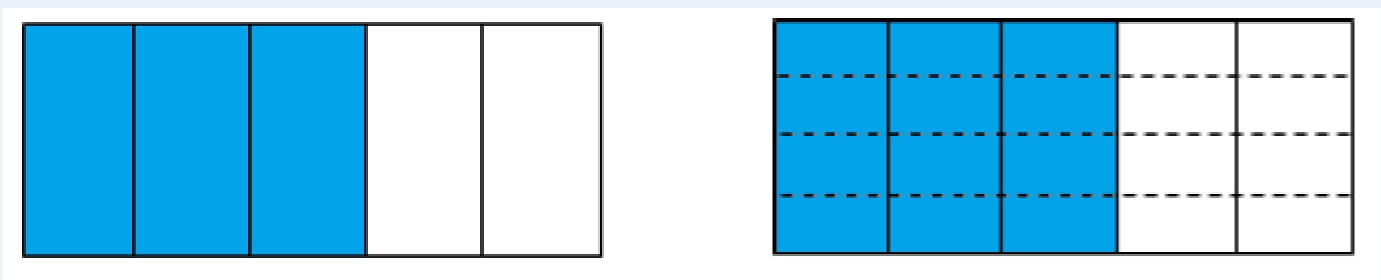
$$\frac{4}{3} : 5 = ?$$

NO4

4. Simplificar frações

1. Reconhecer que multiplicando o numerador e o denominador de uma dada fração pelo mesmo número natural se obtém uma fração equivalente.

$$\frac{3}{5} \qquad\qquad \frac{12}{20} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4}$$



$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4}$$

Divisão de um número racional por um número natural

$$\frac{4}{3} : 5 = ?$$

$$\frac{4}{3} : 5 = \frac{4}{3 \times 5}$$

NO4

5. Multiplicar e dividir números racionais não negativos

5. Reconhecer que $\frac{a}{b} : n = \frac{a}{n \times b}$ (sendo n, a e b números naturais).

a. Calcula $2 \times \frac{1}{2 \times 3}$.

b.* Completa a igualdade $\frac{1}{3} : 2 = ?$

a. $2 \times \frac{1}{2 \times 3} = \frac{2}{2 \times 3} = \frac{1}{3}$

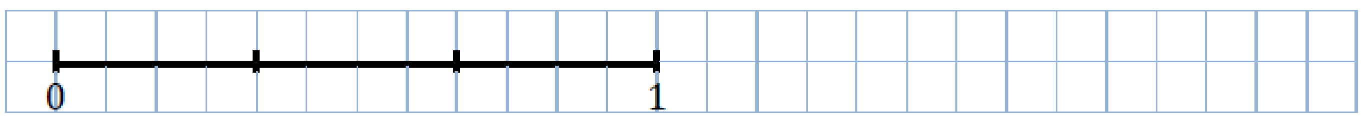
b. $\frac{1}{3} : 2$ é o número que se deve multiplicar por 2 para obter $\frac{1}{3}$. Portanto, $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{2 \times 3}$.

Divisão de um número racional por um número natural

NO4

5. Multiplicar e dividir números racionais não negativos

5. Reconhecer que $\frac{a}{b} : n = \frac{a}{n \times b}$ (sendo n, a e b números naturais).



a. Divide um segmento de comprimento $\frac{1}{3}$ *em dois segmentos iguais. Quantos dos segmentos obtidos precisas para preencher o segmento unidade? Qual a medida do comprimento de cada um?*

São necessários 6 segmentos, pelo que o comprimento de cada um é igual a $\frac{1}{6}$.

b. *Completa a igualdade:* $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{[\ \ ] \times [\ \ ]} = \frac{1}{[\ \ ]}$

Produto de um número racional por uma fração unitária

NO4

5. Multiplicar e dividir números racionais não negativos

6. Estender dos naturais a todos os racionais não negativos a identificação do produto de um número q por $\frac{1}{n}$ (sendo n um número natural) como o quociente de q por n, representá-lo por $q \times \frac{1}{n}$ e $\frac{1}{n} \times q$ e reconhecer que o quociente de um número racional não negativo por $\frac{1}{n}$ é igual ao produto desse número por n.

Já vimos que $a : b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$. Estendemos esta relação ao caso em que *a* é um número racional. Por exemplo,

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{4} : 5 \left(= \frac{3}{4 \times 5} \right)$$

Frações e dízimas

Ideia central

- As frações e as dízimas (finitas) são ambas, **ao mesmo título**, representações de números racionais. As frações são até mais interessantes, umas vez que representam todos os números racionais.

- Os alunos devem pois operar com frações, sem se preocuparem sistematicamente com a respetiva representação em dízima.

- O programa privilegia a representação em dízima, o que não é correto, nem de um ponto de vista científico, nem de um ponto de vista pedagógico, tendo como termo de comparação as melhores práticas internacionais.
(ver currículos de Singapura e dos Estados Unidos da América, por exemplo)

Programa Nacional:

- Representar também na recta numérica números como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{5}{10}$. relacionando a representação fraccionária com a decimal.

Metas Curriculares

Algoritmo da divisão enquanto gerador de aproximações por dízimas

NO4

6. Representar números racionais por dízimas

5. Calcular aproximações, na forma de dízima, de números racionais representados por frações, recorrendo ao algoritmo da divisão inteira e posicionando corretamente a vírgula decimal no resultado, e utilizar adequadamente as expressões «aproximação à décima», «aproximação à centésima» e «aproximação à milésima».

Algoritmo da divisão enquanto gerador de aproximações por dízimas

NO4

6. Representar números racionais por dízimas

5. Calcular aproximações, na forma de dízima, de números racionais representados por frações, recorrendo ao algoritmo da divisão inteira e posicionando corretamente a vírgula decimal no resultado, e utilizar adequadamente as expressões «aproximação à décima», «aproximação à centésima» e «aproximação à milésima».

Aproxima às centésimas o quociente 25 : 7

```
2 5,0 0  | 7
  4 0    |______
    5 0    3,5 7
  0, 0 1
```

Algoritmo da divisão enquanto gerador de aproximações por dízimas

Informação Complementar para o professor

Justificação deste procedimento

Registe-se que este procedimento, suportado pelo algoritmo da divisão, garante que a aproximação obtida tem um erro inferior a uma centésima. Observe-se a igualdade:

$$\frac{25}{7}=\frac{2500}{7}\times\frac{1}{100}=\frac{7\times 357+1}{7}\times\frac{1}{100}=\left(357+\frac{1}{7}\right)\times\frac{1}{100}=3{,}57+\frac{1}{7}\times\frac{1}{100}.$$

Significa que a diferença entre $\frac{25}{7}$ e $3{,}57$ é $\frac{1}{7}\times\frac{1}{100}$ (número positivo inferior a $\frac{1}{100}$). Isto quer dizer que o valor obtido é sempre uma aproximação por defeito e que o algarismo das centésimas fica encontrado.

De maneira mais geral, para obter uma aproximação às centésimas de uma fração $\frac{D}{d}$, representando por q e r respetivamente o quociente e o resto da divisão inteira de $100\times D$ por d, vem

$$\frac{D}{d}==\frac{d\times q+r}{d}\times\frac{1}{100}=\left(q+\frac{r}{d}\right)\times\frac{1}{100}=\left(q\times\frac{1}{100}\right)+\left(\frac{r}{d}\times\frac{1}{100}\right)$$

Como a fração $\frac{r}{d}$ é sempre uma fração própria (o resto é inferior ao divisor), a diferença entre o quociente exato $\frac{D}{d}$ e a aproximação obtida $q\times\frac{1}{100}$ é dada por $\frac{r}{d}\times\frac{1}{100}$, que é um número positivo inferior a $\frac{1}{100}$.

Multiplicação e divisão de números representados por dízimas

NO4

6. Representar números racionais por dízimas

6. Multiplicar números representados por dízimas finitas utilizando o algoritmo.
7. Dividir números representados por dízimas finitas utilizando o algoritmo da divisão e posicionando corretamente a vírgula decimal no quociente e no resto.

Antes de operacionalizar o cálculo, há que explicar o que se entende, em geral, pelo "produto de duas dízimas". O programa pede que se calculem produtos e quocientes de números representados por dízimas, mas escamoteia totalmente esta questão….

$2{,}3 \times 3{,}1 = ?$ $\qquad\qquad \frac{23}{10} \times \frac{31}{10}$

O produto de frações é um conteúdo do 2.º ciclo… Há que fazer uma ligeira antecipação…

Metas Curriculares

Multiplicação e divisão de números representados por dízimas

NO4

1. Reconhecer que o resultado da multiplicação ou divisão de uma dízima por $10, 100, 1000$, etc. pode ser obtido deslocando a vírgula uma, duas, três, etc. casas decimais respetivamente para a direita ou esquerda.

(Admitindo que se estende o produto a todos os racionais por forma a que se torne uma operação associativa e comutativa)

$$
\begin{aligned}
2{,}3 \times 3{,}1 &= \frac{23}{10} \times \frac{31}{10} = 23 \times \frac{1}{10} \times 31 \times \frac{1}{10} = 23 \times 31 \times \frac{1}{100} \\
&= 713 \times \frac{1}{100} = 7{,}13.
\end{aligned}
$$

Metas Curriculares

Multiplicação e divisão de números representados por dízimas

Os alunos deverão operacionalizar o algoritmo tradicional:

				3	7,	6	
		x		0,	3	8	
			3	0	0	8	
	+	1	1	2	8		
		1	4,	2	8	8	